clasele

4-6

Gheorghe Căiniceanu (coord.) | Emilia-Ștefania Răducan
Mariana Draga-Tătucu | Cora-Ionela Dăniasă | Daniela Lădaru
Carmen-Victorița Chirfot | Tomiță-Constantin Vasile
Elena Rîmniceanu | Melissa-Cătălina Draga-Tătucu

MATEMATICĂ

Olimpiade și concursuri școlare
2025

Editura Paralela 45

CUPRINS

enunțuri soluții

clasa a IV-a

Concursuri interjudețene 5 67

clasa a V-a

Olimpiade 12 72

Etapa locală 12 72

Etapa județeană și a municipiului București, 2025 .... 27 89

Etapa județeană, Olimpiada de matematică a satelor din România, Cluj 27 89

Etapa națională, Buzău 28 90

Concursuri interjudețene 29 91

clasa a VI-a

Olimpiade 37 101

Etapa locală 37 101

Etapa județeană și a municipiului București, 2025 .... 54 123

Etapa județeană, Olimpiada de matematică a satelor din România, Cluj 54 124

Etapa națională, Buzău 55 125

Concursuri interjudețene 56 126

ENUNȚURI
clasa a IV-a
Concursuri interjudețene

„Mate.Rom.Știi?”, Pitești, 20 aprilie 2024

4.C.1. Suma numerelor impare cel puțin egale cu 9 și mai mici decât 22 este:
A. 96; B. 127; C. 105; D. 118.

4.C.2. Următorii doi termeni ai șirului 1, 3, 3, 9, 27, ..., ... sunt:
A. 27, 81; B. 243, 6561; C. 27, 9; D. 81, 303.

4.C.3. Dacă numerele $\overline{ab57c}$ și $\overline{1258d}$ sunt consecutive, atunci răsturnatul sumei $a + b + c + d$ este:
A. 12; B. 21; C. 9; D. 11.

4.C.4. Câte numere naturale, care împărțite la 4 dau câtul 102 și resturi diferite, există?
A. 4 numere; B. 3 numere; C. 2 numere; D. 5 numere.

4.C.5. Realizând suma MCXI + DCCXXXV + CLXXVIII, veți descoperi în ce an s-au împlinit 174 de ani de la nașterea marelui poet Mihai Eminescu.
A. MXXIV; B. MCCLXXXIX; C. MMXXIV; D. MDCCCXLVI.

4.C.6. La treimea sfertului unui număr adaug cel mai mic număr par de patru cifre distincte, rezultatul îl adun cu încincitul lui 48 și obțin răsturnatul numărului 7621. Care a fost numărul inițial?
A. 48; B. 36; C. 9; D. 4.

4.C.7. Din produsul numărului m și 5 scade pe 5, iar apoi noul rezultat împarte-l la 5 și obții numărul n. Știind că n este egal cu suma numerelor naturale de două cifre identice, stabiliți dacă:
A. m și n sunt numere naturale impare consecutive; B. m este predecesorul lui n;
C. m este succesorul lui n; D. m și n sunt numere impare.

4.C.8. 4 cutii mici și 6 cutii mari cu bomboane conțin împreună 336 de bomboane, 12 cutii mici și 4 cutii mari conțin împreună 448 de bomboane. Câte bomboane sunt într-o cutie mică și câte sunt într-o cutie mare?
A. 24 de bomboane / cutie mică și 40 de bomboane / cutie mare;
B. 40 de bomboane / cutie mică și 24 de bomboane / cutie mare;
C. 40 de bomboane / cutie mică și 96 de bomboane / cutie mare;
D. 24 de bomboane / cutie mică și 96 de bomboane / cutie mare.

4.C.9. Se dau trei numere naturale a, b și c și relațiile: $a \times b = 35$, $a \times c = 21$ și $b + c = 8$. Câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu valorile lui a, b și c găsite?
A. 2; B. 6; C. 4; D. 3.

4.C.10. Un biciclist parcurge un drum de o anumită lungime în 4 zile. În prima zi parcurge $\frac{1}{4}$ din drum și încă 10 km. A doua zi parcurge $\frac{2}{5}$ din rest. A treia zi parcurge $\frac{1}{3}$ din noul rest și încă 12 km. În a patra zi parcurge ultimii 44 km. Care era lungimea drumului?
A. 140 km; B. 84 km; C. 200 km; D. 150 km.

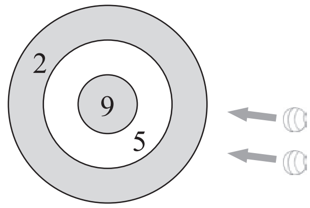
„**C**aleidoscop **M**atematic”, Pitești, 14 decembrie 2024

4.C.11. Toate numerele naturale pare de trei cifre sunt imprimate pe cheile care deschid Ușile Laponiei. Numărul acestor chei este:
A. 500; B. 450; C. 100; D. 501.

4.C.12. Elful Arcti caută cel mai mic număr natural format din două cifre consecutive, care este suma a trei numere naturale consecutive. Numărul căutat de elful Arcti este:
A. 45; B. 54; C. 12; D. 21.

4.C.13. Spiridușii scriu numărul 427. Produsul dintre cel mai mare număr scris cu două dintre cifrele acestuia și cel mai mic număr scris cu toate cifrele numărului dat este:
A. 11608; B. 116584; C. 17784; D. 18278.

4.C.14. Grinch trage la țintă cu două mingi de cauciuc în același timp și își adună de fiecare dată punctele, însumând cele două numere. Uneori se întâmplă să nu atingă ținta. Cel mai mare număr de încercări cu punctaje diferite este:
A. 10; B. 12;
C. 4; D. 16.



4.C.15. Oaspeții care intră în labirintul din Hotelul de Gheață pot ieși doar folosind codul reprezentat de rezultatul următorului exercițiu: 110 – 100 + 90 – 80 + 70 – 60 + ... + 30 – 20 + 10. Codul este:
A. 110; B. 60; C. 560; D. 50.

4.C.16. Elful Brutar știe că 4 pâini costă cât 3 brioșe, iar 5 brioșe costă cât 8 cornuri. Atunci, cu banii de pe 5 pâini vor fi cumpărate ... cornuri.
A. 24; B. 20; C. 6; D. 15.

4.C.17. Elful Contabil aplică o formulă pentru a calcula câștigul din ultimele două săptămâni:

$$F = 5096 + 4 \times c + 4 \times d + (3 \times a - 3 \times b).$$

Dacă $a - b = 156$ și $c + d = 1109$, atunci valoarea expresiei F este:
A. 6361; B. 10000; C. 9064; D. 6049.

4.C.18. Luca a găsit sub brad cutia cu pixuri colorate pe care și-o dorea. Numărul pixurilor este egal cu suma numerelor a, b, c. Știind că $a + b = c$, $a \times b = b$ și $b + c = 41$, numărul pixurilor este:
A. 21; B. 40; C. 22; D. 42.

4.C.19. Moș Crăciun deschide cinci cutii de scrisori cu cinci chei diferite. Numerele de pe chei se potrivesc cu numărul de scrisori din fiecare cutie, iar fiecărei cifre îi corespunde o literă. Pe ultima cheie va fi scris numărul:

A. 325; B. 235; C. 253; D. 523.

clasa a V-a

1. olimpiade

ETAPA LOCALĂ

Alba

5.O.1. Fie $a + b = 2 \cdot (1 + 3 + 5 + ... + 49)$ și

$$\{2021 + [(405 : 9 - 196 : 7 + 1) : 3 - 5] \cdot (a - b) - 2022\} + 2020 = 2021.$$

a) Calculați $a + b$ și $a - b$.

b) Determinați numerele naturale a și b care satisfac simultan relațiile de mai sus.

5.O.2. Arătați că următoarele numere sunt pătrate perfecte:

$$A = 157 + 3 \cdot 160 + 157 \cdot 159 \text{ și } B = 6^{25} \cdot 2^{14} + 64^6 \cdot 3^{24}.$$

5.O.3. La un turneu de șah au participat băieți și fete. Fiecare participant a jucat câte o singură partidă cu fiecare dintre ceilalți. Fetele au jucat între ele 15 partide. La final, organizatorul concursului a jucat câte o partidă cu jumătate din numărul participanților, numărul total de partide jucate fiind 50.

a) Pot fi 13 participanți la turneul de șah?   b) Aflați numărul fetelor.

c) Aflați numărul băieților.

5.O.4. Știind că numărul natural A dă restul 7 prin împărțire la 10, respectiv restul 9 prin împărțire la 11, aflați restul pe care îl dă A prin împărțire la 110.

Gazeta Matematică nr. 11/2023

Arad

5.O.5. Fie numerele $a = 2024 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + ... + 2023)$ și $b = 1 + 3 + 5 + ... + 2023$. Arătați că $a = 4 \cdot b$.

5.O.6. Determinați numerele naturale de forma $\overline{ab}$ pentru care are loc egalitatea: $\overline{17ab} + \overline{ab57} = 5191$.

5.O.7. Știind că $2^{12n+18} + 4^{6n+9} + 8^{4n+6} + 64^{2n+3} = 2^{9(n+10)+6002}$.

a) Aflați n număr natural.

b) Pentru n găsit anterior, arătați că $S = 2022^n + 2023^n + 2024^n + 2025^n$ nu este pătrat perfect.

5.O.8. Într-o cutie sunt 28 de bile roșii, galbene și verzi, astfel încât oricum am lua 21 de bile, vom găsi printre ele bile de toate culorile. Știind că numărul bilelor roșii este impar și este egal cu numărul bilelor galbene, aflați câte bile sunt din fiecare culoare.

Gazeta Matematică

Teleorman

5.O.149. Se dau numerele: $A = 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot ... \cdot 2^{1985}$, $B = (2^{993})^{1985}$ și $C = 2^{1986} \cdot 2^{1987} \cdot 2^{1988} \cdot ... \cdot 2^{2n-1} \cdot 2^n$.

a) Comparați numerele A și B.

b) Determinați n, știind că $A \cdot C = (8^{667})^{1000}$.

5.O.150. Aflați suma numerelor $\overline{abc}$ care verifică egalitatea: $\overline{abc} - c \cdot \overline{ab} = \overline{ac}$.

5.O.151. a) Scrieți numărul 10^{11} ca sumă a patru cuburi perfecte.

Supliment Gazeta Matematică nr. 10/2024

b) Arătați că numărul $a = 5 + 5^2 + 5^3 + ... + 5^{20}$ se împarte exact la 78.

Supliment Gazeta Matematică nr. 10/2024

5.O.152. Se consideră șirul de numere naturale: 57, 74, 65, 61,..., în care fiecare termen, începând cu al doilea, este egal cu suma pătratelor cifrelor numărului precedent.

a) Scrieți următorii patru termeni ai șirului.

b) Fie S suma primilor 2024 de termeni ai șirului. Arătați că S nu este pătrat perfect.

Timiș

5.O.153. a) Calculați $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3$.

b) Arătați că 2025^{2026} se poate scrie ca sumă de 9 cuburi perfecte nenule diferite.

5.O.154. Se consideră șirul de numere naturale 57, 74, 65, 61, …, în care fiecare termen, începând cu al doilea, este egal cu suma pătratelor cifrelor numărului precedent.

a) Scrieți următorii patru termeni ai șirului.

b) Fie S suma primilor 2024 de termeni ai șirului. Arătați că S nu este pătrat perfect.

Gazeta Matematică

5.O.155. a) Determinați restul împărțirii unui număr natural la 60, știind că dacă-l împărțim la 10 obținem restul 3 și dacă-l împărțim la 12 obținem restul 7.

b) Într-o sală sunt așezate 50 de scaune pe fiecare rând, numerotarea scaunelor făcându-se în ordine crescătoare de la 1 la n, începând de la primul rând din față. Dacă Andrei ocupă locul cu numărul 1025 pe rândul din mijloc, iar Ana ocupă locul de pe ultimul rând situat în dreptul lui Andrei, determinați valoarea lui n și numărul locului ocupat de Ana.

5.O.156. a) Determinați numărul natural format doar cu cifre de 2, știind că dacă-l mărim de 2025 ori obținem un număr natural care conține 2025 cifre de 9.

b) Numerele naturale a, b, c, x, y, z verifică relația $2021^x + 2023^y + 2025^z = 2020^a + 2022^b + 2024^c$. Determinați valoarea produsului $P = (2024^x \cdot 2025^y \cdot 2026^z)^{a \cdot b \cdot c}$.

Tulcea

5.O.157. Calculați:

a) $2024 - 2023 + 2022 - 2021 + ... - 3 + 2 - 1$;

b) $2024 - 2022 + 2020 - 1998 + ... - 6 + 4 - 2$.

Supliment Gazeta Matematică

5.O.158. Nea Gogu are 500 de mere și pere. Dorind să aibă numai pere, face schimb cu nea Mărin. Acesta îi oferă 16 pere pentru fiecare 21 de mere. După schimb, nea Gogu are exact 400 de pere. Câte pere a avut nea Gogu la început?

5.O.159. Suma a două numere naturale este 183. Împărțind numărul mare la jumătatea numărului mic, obținem câtul 5 și restul 15. Aflǎ care sunt cele două numere.

5.O.160. a) Arătați că numărul $x = (3^{1+2+3+...+42} + 2 \cdot 3^{1+3+5+...+59}) : 29$ este cub perfect.

b) Arătați că numărul x poate să fie scris ca o sumă de patru pătrate perfecte distincte nenule.

2. Concursuri interjudețene

„Mate.Rom.Știi?”, Pitești, 20 aprilie 2024

5.C.1. Un turist parcurge o distanță în trei zile. În prima zi parcurge cu 10 km mai puțin decât o treime din distanță. A doua zi parcurge cu 5 km mai mult decât o cincime din distanța rămasă, iar a treia zi parcurge restul de 235 km. Distanța parcursă de turist în cele trei zile este:
A. 435 km; B. 450 km; C. 290 km; D. 480 km.

5.C.2. Un elev citește în prima zi a vacanței o pagină dintr-o carte. Apoi, în fiecare zi citește un număr dublu de pagini față de ziua precedentă. După câte zile a citit 2047 de pagini?
A. 10; B. 11; C. 12; D. 20.

5.C.3. Calculând un sfert din numărul 2^{2024} se obține:
A. 2^{506}; B. 2^{2020}; C. 2^{2022}; D. 2^{1012}.

5.C.4. Dacă x dă restul 2 la împărțirea cu 5, atunci $x + 1$, la împărțirea cu 5, dă restul:
A. 0; B. 1; C. 3; D. 2.

5.C.5. Dacă $a = 333^3 + 444^3 + 555^3$ și $b = 666^3$, atunci:
A. $a < b$; B. $a = b$; C. $a > b$; D. $a = b + 1$.

5.C.6. Împărțind numărul n la 2021, obținem restul 47. Atunci restul împărțirii numărului n la 47 este:
A. 0; B. 1; C. 2; D. 3.

5.C.7. Fie $C = 1 + 2023 + 2023^2 + ... + 2023^{2023}$. Restul împărțirii lui C la 2024 este:
A. 1; B. 2; C. 0; D. 3.

5.C.8. Dacă $a + 2b + 3c = 100$ și $3a + 2b + c = 140$, atunci $(a + b + c) \cdot (a - c)$ este:
A. 1200; B. 1100; C. 1000; D. 0.

5.C.9. Dacă a și b sunt două numere naturale, astfel încât $a \cdot b = 22 - a - b$, atunci $a + b$ este:
A. 20; B. 21; C. 22; D. 23.

5.C.10. Fie $a = 9^{2024} - 7^{2024}$. Ultima cifră a numărului a este:
A. 6; B. 3; C. 1; D. 0.

5.C.11. Dacă n un număr natural, astfel încât $8^n + 8^{n+1} = 18 \cdot 2^{1997}$, atunci n este:
A. 668; B. 663; C. 665; D. 666.

5.C.12. Fie numărul natural $\overline{abcd}$. Dacă $2 \cdot \overline{ab} = \overline{cd}$, atunci un divizor al numărului $\overline{abcd}$ este:
A. 101; B. 17; C. 103; D. 105.

5.C.13. La un concurs de matematică participă elevi din Argeș, București, Deva și Timișoara. Se știe că 30 de elevi nu sunt din Argeș, 33 nu sunt din București, 32 nu sunt din Deva și 34 nu sunt din Timișoara. Numărul elevilor participanți din Argeș este:
A. 10; B. 13; C. 11; D. 9.

5.C.14. Într-o cutie sunt 25 de bile albe, 16 bile roșii și 20 de bile verzi. Care este cel mai mic număr de bile pe care trebuie să le luăm din cutie (fără a cunoaște culoarea lor), pentru a fi siguri că am luat cel puțin câte o bilă din fiecare culoare?
A. 35; B. 37; C. 38; D. 46.

5.C.15. Știind că $\overline{ab} = (a + b) \cdot (a + b - 1)$, unde a și b sunt cifre, atunci cifra a este:
A. 3; B. 7; C. 9; D. 1.

clasa a VI-a

1. olimpiade

ETAPA LOCALĂ

Alba

6.O.1. Fie $a, b \in \mathbb{N}^*$ și suma $S = \dfrac{(a,\ b)}{a} + \dfrac{[a,\ b]}{b}$, unde (a, b) este cel mai mare divizor comun al numerelor a și b, iar $[a, b]$ este cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b. Arătați că dacă $S \in \mathbb{N}$, atunci $S = 2$.

6.O.2. a) Verificați dacă numerele 221 și 222222 sunt divizibile cu 13.

b) Un număr A este format din 2024 cifre de 2 și o cifră de 1. Arătați că A nu este număr prim.

6.O.3. Fie $x = \dfrac{5^{n+1} + \overline{abc}}{5^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ și $\overline{abc}$ număr natural, scris în baza 10.

a) Pentru $n = 2$, aflați câte numere $\overline{abc}$ există, astfel încât x să fie natural.

b) Arătați că există un număr $\overline{abc}$, astfel încât $x \in \mathbb{N}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, $n \leq 4$.

6.O.4. Unghiurile din jurul unui punct O, $\sphericalangle XOY$, $\sphericalangle YOZ$, $\sphericalangle ZOX$, au bisectoarele OA, OB, respectiv OC, iar măsurile unghiurilor AOB, BOC și COA sunt direct proporționale cu 7, 8, respectiv 9.

a) Determinați măsurile unghiurilor XOY, YOZ și ZOX.

b) Arătați că bisectoarele unghiurilor YOB și XOC sunt semidrepte opuse.

Arad

6.O.5. Se consideră mulțimile A și B. Aflați cardinalul mulțimii A, știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

1) $\text{card}(A - B) = 5$; 2) $\text{card } B = 20$; 3) $\text{card}(A \cup B) - \text{card } A = 9$.

6.O.6. În portul Constanța de la Marea Neagră erau ancorate patru șalupe care făceau curse regulate către diferite destinații. În data de 15 iulie 2024, la amiază, toate patru au părăsit în același timp portul. Se știe că prima șalupă revine în portul Constanța din 4 în 4 săptămâni, a doua din 8 în 8 săptămâni, a treia la fiecare 12 săptămâni, iar a patra la fiecare 16 săptămâni. În ce dată se vor întâlni din nou, în portul Constanța, toate cele patru șalupe?

6.O.7. În jurul punctului O se consideră unghiurile AOB, BOC, COD, DOA, cu $\sphericalangle AOB = 138°$ și $\sphericalangle COD = 122°$. Știind că OE este bisectoarea $\sphericalangle AOD$, iar OF este bisectoarea $\sphericalangle BOC$, aflați:

a) măsura unghiului EOF;

b) măsurile unghiurilor AOD și BOC, dacă semidreapta opusă semidreptei OE este bisectoarea $\sphericalangle BOF$.

6.O.8. Aflați numerele $\overline{ab}$, știind că: $\dfrac{\overline{ab} + 4b}{a + 2b} \in \mathbb{N}$ și $\dfrac{\overline{ba} + 4a}{2a + b} \in \mathbb{N}$.

Satu Mare

6.O.133. Se consideră mulțimile: $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$ etc.

a) Determinați elementul din mijloc al mulțimii A_{41}.

b) Care este numărul minim de elemente ce trebuie șterse din mulțimea A_{41}, pentru ca suma elementelor rămase să fie un pătrat perfect? Justificați răspunsul.

6.O.134. a) Fie x, y, z numere raționale pozitive, astfel încât $\frac{x}{2} = \frac{y}{4}$ și $\frac{y}{6} = \frac{z}{9}$. Arătați că numărul divizorilor produsului $2025 \cdot x \cdot y \cdot z$ este pătrat perfect, știind că $x + y + z = 24$.

b) Fie a și b două numere naturale nenule, $a < b$, astfel încât $[a, b] = 135$ și $a \cdot b = 2025$. Determinați numerele prime m și n care satisfac relația $a \cdot m + b \cdot n = 1725$.

6.O.135. Pe cercul $\mathscr{C}(O, r)$ se consideră punctele distincte $A_1, A_2, ..., A_{25}$, în această ordine, pe arcul mare $\overset{\frown}{A_1A_{25}}$. Dacă $\overset{\frown}{A_nA_{n+1}} = \overset{\frown}{A_{n-1}A_n} + 1°$, unde $n \in \mathbb{N}$, $1 < n < 25$ și măsura arcului mare $\overset{\frown}{A_1A_{25}} = 324°$, atunci:

a) calculați măsura unghiului A_1OA_6;

b) aflați măsura arcului mic $\overset{\frown}{A_{24}A_3}$.

6.O.136. Fie $\sphericalangle A_1OA_2$, $\sphericalangle A_2OA_3$, $\sphericalangle A_3OA_4$, ..., $\sphericalangle A_8OA_9$ care au interioarele disjuncte, iar $\sphericalangle A_1OA_9$ este alungit. Dacă $\sphericalangle A_1OA_2 = p_1°$, $\sphericalangle A_2OA_3 = p_2°$, ..., $\sphericalangle A_8OA_9 = p_8°$, unde $p_1, p_2, ..., p_8$ sunt numere prime distincte de două cifre și $p_1 > p_8 > p_7 > p_2 > p_3 > p_6 > p_5 > p_4$, atunci arătați că:

a) $OA_5 \perp OA_1$;

b) OA_5 este bisectoarea unghiului A_3OA_7;

c) $\sphericalangle A_1OA_3 = \sphericalangle A_3OA_7 = \sphericalangle A_7OA_9$.

Supliment Gazeta Matematică nr. 11/2024

Sălaj

6.O.137. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ este număr prim mai mic decât $15\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2$ este cifră$\}$. Arătați că are loc egalitatea: card A + card B = card$(A \cup B)$ + card$(A \cap B)$, unde card M este numărul elementelor mulțimii M.

6.O.138. Fie a, b și c trei numere naturale prime și distincte, astfel ca $4a + 6b + 9c = 105$.

a) Determinați valorile lui a, b și c.

b) Dacă n este un număr natural impar, atunci arătați că numărul $2^{n+c} - 2^{n+b} + 2^{n+a}$ se poate scrie ca sumă de două pătrate perfecte.

6.O.139. a) Fie punctele coliniare A, B, C, D pe dreapta d, în această ordine, astfel încât AC și BD să fie congruente, iar $BC = 5$ cm și $AD = 17$ cm. Dacă P este simetricul mijlocului segmentului AB față de A și Q este simetricul mijlocului segmentului CD față de D, aflați lungimea segmentului PQ.

b) Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente suplementare. Fie OX și OY bisectoarele acestora. Dacă $\sphericalangle BOY \in \mathbb{N}^*$ și $\sphericalangle COX = p \cdot \sphericalangle BOY$, unde p este un număr prim, aflați p.

6.O.140. Se dă un cerc cu centrul în punctul O. Punctele C, M, D și N sunt situate pe cerc în această ordine, măsura arcului $\overset{\frown}{CD}$ fiind 148°, iar diametrul MN este bisectoarea unghiului COD. Aflați măsurile unghiurilor la centru CON și DOM.

Sibiu

6.O.141. Se consideră numerele $a = 4n + 5$ și $b = 7n + 9$, unde n este număr natural. Arătați că pentru orice număr natural n are loc egalitatea $[a, b] = a \cdot b$, unde $[a, b]$ reprezintă cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b.

6.O.142. Determinați numerele naturale x, y, z, știind că $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$, $\frac{y}{6} = \frac{z}{5}$ și $4x^2 + y^2 + 5z^2 = 2025$.

2. Concursuri interjudețene

„Mate.Rom.Știi?”, Pitești, 20 aprilie 2024

6.C.1. Suma elementelor mulțimii $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{-7}{2x+3} \in \mathbb{Z}\right\}$ este egală cu:

A. –4; B. 5; C. 0; D. –6.

6.C.2. Dacă $\frac{a}{b} = \frac{13}{12}$, atunci $\frac{3a-b}{4a+b}$ reprezintă cubul numărului rațional:

A. $\frac{1}{4}$; B. $\frac{3}{4}$; C. $\frac{5}{4}$; D. $\frac{3}{5}$.

6.C.3. Fie $A = -1 - 2 - 3 - \ldots - n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Știind că modulul lui A este un număr natural format din trei cifre identice, atunci n este:

A. 36; B. 35; C. 37; D. 33.

6.C.4. O echipă de handbal are în lot 15 jucători de câmp și un portar. Dacă fiecare jucător de câmp a jucat același număr de minute, iar în teren au fost mereu 6 jucători de câmp, calculați câte minute a jucat fiecare, dacă meciul a durat 60 de minute.

A. 10 minute; B. 20 de minute; C. 24 de minute; D. 30 de minute.

6.C.5. Fie mulțimea $A = \left\{\overline{abc} \mid \frac{23}{4} < \overline{a,bc} < 7\frac{1}{5}\right\}$. Cardinalul mulțimii A este:

A. 145; B. 140; C. 143; D. 144.

6.C.6. Dacă 20% din b este 80% din a, cât la sută din b este a?

A. 10%; B. 20%; C. 25%; D. 40%.

6.C.7. Dacă $(a, b) = 12$ și $[a, b] = 72$, $a > b$, atunci cea mai mică valoare a lui $a - b$ este:

A. 6; B. 36; C. 12; D. 24.

6.C.8. La un cerc de matematică profesorul are $3n + 9$ probleme pe care le împarte în mod egal la cei $2n + 2$ elevi prezenți, $n \in \mathbb{N}$. Numărul elevilor prezenți la cerc poate fi:

A. 2; B. 6; C. 8; D. 12.

6.C.9. Numărul maxim de drepte determinate de 10 puncte distincte este:

A. 45; B. 50; C. 75; D. 90.

6.C.10. Măsura unghiului AOB și măsura suplementului complementului său sunt invers proporționale cu numerele 5 și 2. Măsura unghiului AOB este:

A. 30°; B. 60°; C. 70°; D. 80°.

6.C.11. Un triunghi este isoscel, iar unghiul obtuz format de bisectoarele unghiurilor congruente este de cinci ori măsura unghiului de la vârful triunghiului. Măsura unghiului de la vârful triunghiului este:

A. 22°; B. 90°; C. 20°; D. 80°.

6.C.12. Fie două unghiuri complementare, astfel încât $\frac{4}{9}$ din măsura unuia este dublul a $\frac{2}{3}$ din măsura celuilalt. Măsura unghiului mic este:

A. 22°; B. 22°30'; C. 67°30'; D. 67°.

6.C.13. În triunghiul ABC, $AB = 8$ cm, $BC = 10$ cm și măsura unghiului ABC este egală cu 120°. Pe bisectoarea unghiului ABC se ia un punct M, astfel încât $MB = 18$ cm. Măsura unghiului MAC este:

A. 30°; B. 135°; C. 120°; D. 60°.

„Gheorghe Mihoc”, Slobozia, 10 mai 2025

6.C.97. Să se determine numerele prime p și q pentru care $p(p-1)(p+1) = 8q(6q^2 + 1)$.

6.C.98. Aflați numerele naturale nenule a și b pentru care:

$$\frac{a}{(a,\ b)} = b + \frac{48 \cdot (a,\ b)}{[a,\ b]} \text{ și } \frac{b}{(a,\ b)} = a - \frac{312 \cdot (a,\ b)}{[a,\ b]}.$$

Am notat cu $(a,\ b)$ cel mai mare divizor comun al numerelor a și b, iar cu $[a,\ b]$ cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b.

Gazeta Matematică

6.C.99. Fie ΔABC și punctul D aflat pe dreapta BC de aceeași parte a lui C ca punctul B, astfel încât $CD \equiv AB$. Dacă E este punctul de intersecție dintre bisectoarea unghiului ABC și mediatoarea laturii BC, iar punctul F este simetricul punctului E față de dreapta BC, să se arate că $AE \equiv DF$.

„Raționament”, Curtea de Argeș, 10 mai 2025

Subiectul I

6.C.100. Numerele x, y, z sunt proporționale cu 2, 3, 5, iar y și t sunt invers proporționale cu 10 și 6. Știind că $\left(\frac{y+z}{40}\right)^2 \cdot \frac{x+y+t}{270} - 5 = 0$, atunci media aritmetică a numerelor x, y, z este egală cu:

A. 50; B. 5; C. 108,(6); D. 30.

Mariana Mateescu

6.C.101. Lungimile a două dintre laturile unui triunghi isoscel sunt proporționale cu 2 și 5, iar perimetrul triunghiului este de 108 cm. Rezultatul produsului celor două laturi este:

A. 1620; B. 1080; C. 810; D. 2025.

Mariana Mateescu

6.C.102. Cardinalul mulțimii $A = \left\{\overline{ab} \mid \frac{16}{a^2 + b} \in \mathbb{N}\right\}$ este egal cu:

A. 5; B. 32; C. 16; D. 8.

6.C.103. Se consideră punctele coliniare A, B, C, D, în această ordine, astfel încât $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm și $CD = 6$ cm. Probabilitatea ca, alegând două puncte din cele 4, distanța dintre punctele alese să fie mai mare decât 8 cm este:

A. 0,5; B. 0,(3); C. 0,75; D. 0,1(6).

6.C.104. Dacă numerele prime a, b, c verifică relația $4^a \cdot 8^b \cdot 16^c = 32^8$, atunci valoarea maximă a sumei $a + b + c$ este:

A. 21; B. 14; C. 17; D. 24.

6.C.105. Complementul unui unghi cu măsura de $u°$ este o zecime din suplementul său. Complementul suplementului unui unghi cu măsura de $v°$ este o zecime din măsura de $v°$. Valoarea raportului $\frac{u°}{v°}$ este:

A. 0,8; B. 1,25; C. 0,1; D. 1.

6.C.106. Dacă $a = 60\% \cdot b$, aflați cât la sută reprezintă $2a - b$ din $3a - b$.

A. 20%; B. 25%; C. 40%; D. 60%.

6.C.107. Pe cercul de centru O și rază R se iau punctele distincte A și B, astfel încât $\sphericalangle AOB = 72°$. Dacă OM este bisectoarea $\sphericalangle AOB$, iar ON este semidreapta opusă lui OM, atunci măsura arcului mic de cerc $\overset{\frown}{AN}$ este:

A. 72°; B. 36°; C. 108°; D. 144°.

soluții

Clasa a IV-a

CONCURSURI INTERJUDEȚENE

„**M**ate.**R**om.**Ș**tii?”, Pitești, 20 aprilie 2024

4.C.1. Răspuns corect A.
4.C.2. Răspuns corect D.
4.C.3. Răspuns corect D.
4.C.4. Răspuns corect B.
4.C.5. Răspuns corect B.
4.C.6. Răspuns corect A.
4.C.7. Răspuns corect D.
4.C.8. Răspuns corect C.
4.C.9. Răspuns corect D.
4.C.10. Răspuns corect C.

„**C**aleidoscop matematic”, Pitești, 14 decembrie 2024

4.C.11. Răspuns corect B. Avem numerele 100, 102, 104, ..., 998; (998 – 100) : 2 + 1 = 449 + 1 = 450.

4.C.12. Răspuns corect C. $\overline{aa+1} = b + b + 1 + b + 2$; $11a + 1 = 3b + 3$; $11a = 3b + 2 \Rightarrow b = 3$, $a = 1$, adică numărul căutat este 12.

4.C.13. Răspuns corect D. Cel mai mare număr este 74, iar cel mai mic 247. Produsul este 247 · 74 = 18278.

4.C.14. Răspuns corect A. Avem variantele: 0 + 0 = 0; 0 + 2 = 2; 0 + 5 = 5; 0 + 9 = 9; 2 + 2 = 4; 5 + 5 = 10; 9 + 9 = = 18; 2 + 9 = 11; 2 + 5 = 7; 9 + 5 = 14. Sunt punctaje diferite, deci numărul maxim de încercări este 10.

4.C.15. Răspuns corect B. 10 + 90 – 80 + 70 – 60 + 50 – 40 + 30 – 20 + 10 = 100 – 80 + 70 – 60 + 50 – 40 + 30 – 20 + + 10 = 90 – 60 + 50 – 40 + 30 – 20 + 10 = 30 + 50 – 40 + 30 – 20 + 10 = 80 – 40 + 30 – 20 + 10 = 40 + 30 – 20 + 10 = = 70 – 20 + 10 = 60.

4.C.16. Răspuns corect C. $4p$ ...... $3b \Rightarrow 20p$ ...... $15b$; $5b$ ...... $8c \Rightarrow 15b$ ...... $24c \Rightarrow 20p$ ...... $24c \mid : 4 \Rightarrow 5p$ ...... $6c$.

4.C.17. Răspuns corect B. $F = 5096 + 4(c + d) + 3(a – b) = 5096 + 4 \cdot 1109 + 3 \cdot 156 = 5096 + 4436 + 468 = 10000$.

4.C.18. Răspuns corect D. $ab = b \Rightarrow a = 1 \Rightarrow c = b + 1 \Rightarrow b + b + 1 = 41 \Rightarrow 2b = 40 \Rightarrow b = 20$ și $c = 21 \Rightarrow a + b + c = 1 + 20 + 21 = 42$.

4.C.19. Răspuns corect D. A = 1, M = 3, O = 2, T = 5. Pe ultima cheie va fi scris 523.

4.C.20. Răspuns corect B. Succesiunea este 1*a*, 1*n*, 2*a*, 1*n*, 3*a*, 1*n*, 4*a*, 1*n*, 5*a*, 1*n*, ..., deci lipsesc 3*a* + 1*n* + 5*a* = = 9 mărgele.

4.C.21. Răspuns corect A. x este numărul la care m-am gândit $\Rightarrow (100x – 145) : 5 + 263 = 354 \Rightarrow 20x – 29 + 263 = 354 \Rightarrow 20x = 354 – 234 \Rightarrow 20x = 120 \Rightarrow x = 6$. Suma este 5 + 7 = 12, deci sania lui Moș Crăciun este trasă de 12 reni.

4.C.22. Răspuns corect A. A = banii economisiți de Ana și M = banii economisiți de Mihai $\Rightarrow A + 7 = M + 9$ și cutia ar costa $A + M – 2 \Rightarrow A + M – 2 = M + 9 \Rightarrow A = 11$.

4.C.23. Răspuns corect D. x este numărul colegilor lui Andrei. Ei sunt $x + 1$, la care adăugăm 3 pătrimi și o pătrime, deci $x + 1$, la care adăugăm o jumătate. Obținem $(x + 1) + 1{,}5(x + 1) + 1 = 61 \Rightarrow 2{,}5(x + 1) = 60 \mid \cdot 2 \Rightarrow 5(x + 1) = 120 \Rightarrow x + 1 = 24 \Rightarrow x = 23$.